Натуральное число как мера величины (л) – 1 ч

ПЛАН

1. Понятие величины.
2. Измерение величины.
3. Натуральное число как мера величины
4. Свойства величин.
5. Сравнение и операции над величинами.

Известно, что числа возникли из потребностей счета и измерения, но если для счета достаточно натуральных чисел, то для измерения нужны и другие числа. Однако в качестве измерения величин будем рассматривать только натуральные числа.

Натуральные числа мы будем рассматривать в связи с измерением положительных скалярных величин – длин, площадей, масс, времени и т.д. Поэтому вспомним некоторые факты, связанные с величиной и ее измерением.

1. Понятие положительной скалярной величины

Рассмотрим два высказывания, в которых используется слово «длина». Многие окружающие нас предметы имеют длину. Стол имеет длину.

В первом предложении утверждается, что длиной обладают объекты некоторого класса. Во втором речь идет о том, что длиной обладает конкретный объект. Обобщая, можно сказать, что термин «длина», употребляется для обозначения свойства, либо класса объектов, либо конкретного объекта из этого класса.

Определение. Под величиной в математике понимают особое свойство предметов и явлений, которое может быть в большей, меньшей или равной степени.

Например, два стола имеют одинаковую длину, а бывают столы, у которых длины разные.

2. Примеры величин из начальной школы

Количество, цена, стоимость, масса, время, расстояние, длина, площадь и др.

Они представляют собой особые свойства окружающих нас предметов и явлений и проявляются при сравнении предметов и явлений по этому признаку.

3. Однородные и неоднородные величины

Величины, которые выражают одно и тоже свойство объектов, называются величинами одного рода или *однородными величинами*. В противном случае величины называют *разнородными*.

Например, длина и расстояние, длина стола и длина комнаты – это однородные величины. Масса и длина – разнородные величины.

4. Измерение величин

Величины, как свойства объектов, обладают еще одной особенностью - их можно оценить количественно. Для этого надо величину измерить. Чтобы осуществить измерение однородных величин, выбирают величину, которую называют единицей измерения. Ее будем обозначать буквой Е.

Если задана величина А и выбрана единица измерения величины (единица величины) Е (того же рода), то *измерить величину* А – это значит найти такое положительное число *x*, что $A = x \cdot E$, то есть узнать сколько раз единица измерения укладывается в измеряемой величине. Полученное число называют *численным значением величины или мерой величины* при выбранной единице измерения.

Численное значение величины – это число, которое показывает, сколько раз единица измерения или ее часть укладывается в измеряемой величине.

В общем виде, если $A = x \cdot E$, то число x называется также мерой величины А при единице Е и пишут $x = m_e(A)$.

Например, длина отрезка равна 5 см . 5 – численное значение длины отрезка при единице измерения 1 см. 5 см – это значение длины отрезка.

В практической деятельности при измерении величин пользуются стандартными единицами величин: так длину измеряют в метрах, сантиметрах, дециметрах и т.д.

Результат измерения записывают в виде: 2,7 кг, 13 см, 5 с. Исходя их понятия измерения, эти записи можно рассматривать как произведение числа и единицы измерения величины.

Например, 2,7 кг = 2,7 · кг , 13 см = 13 · см.

5. Виды величин

1. Скалярная величина (определяется одним числовым значением). Пример: длина, масса.
2. Положительная скалярная величина (принимает только положительные числовые значения). Пример: длина, масса, время, стоимость, количество товара.
3. Векторная величина (характеризуется числом и направлением). Пример: скорость ветра, сила.
4. Тензорная величина (характеризуется несколькими числами, в школе не изучаются). Пример: физическое состояние спортсмена, паспортные данные человека.
5. Латентная величина (нематематическая, им нельзя поставить в соответствие число, сравнение происходит на интуитивной основе). Пример: ум, красота.

6. Переход от сравнения чисел к сравнению величин и наоборот

При выполнении операций с величинами выполняют действия с их числовыми значениями при указанной единице измерения.

1). Если величины А и В измерены при помощи единицы величины Е, то отношения между величинами А и В будут такими же, как и отношения между их числовыми значениями, и наоборот:

- величины равны тогда и только тогда, когда равны их численные значения при одной и той же единице измерения. Например, 3 см = 3 см, так как единицы измерения одинаковые и 3 = 3.

- Величина А больше величины В тогда и только тогда, когда мера величины А больше меры величины В при одной и той же единице измерения. Например, 5 см > 3 см, так как единицы измерения одинаковые и 5 > 3.

- Величина А меньше величины В тогда и только тогда, когда мера величины А меньше меры величины В при одной и той же единице измерения. Например, 5 см < 7 см, так как единицы измерения одинаковые и 5 < 7.

2). Чтобы найти численное значение суммы величин, достаточно сложить численные значения этих величин при одной и той же единице измерения.

Например, А = 5 кг, В = 3 кг, то А + В = 5 кг + 3 кг = (5 + 3)кг = 8 кг.

3). Чтобы умножить величину на число достаточно умножить на это число численное значение величины при той же единице измерения.

Например, А – 2 кг, масса В в 3 раза больше массы А, то В = 3А = 3 · (2 · кг) = (3 ·2) ·кг = 6 кг.

В математике при записи произведения величины А на число х принято число писать перед величиной, то есть х · А.

7. Использование величин в задачах

Рассмотренные понятия – объект (предмет, явление, процесс), его величина, численное значение величины, единица величины – надо уметь вычленять в задачах.

Математическое содержание предложения «*Купили 3 кг яблок*» можно описать следующим образом:

- в предложении рассматривается такой объект, как яблоки;
- его свойство – масса;
- для измерения массы использовали единицу массы – килограмм;
- в результате измерения получили число 3 – численное значение массы яблок при единице массы – килограмм.

8. Действия с однородными величинами

1. Любые две однородные величины сравнимы: они либо равны, либо одна меньше другой.

Например, длина гипотенузы прямоугольного треугольника больше длины любого катета. Масса яблока меньше массы арбуза. Длины противоположных сторон прямоугольника равны.

a = b $\Leftrightarrow$ ***$m_e(a) = m_e(b)$*,**

a < b $\Leftrightarrow$ ***$m_e(a) < m_e(b)$*,**

a > b $\Leftrightarrow$ ***$m_e(a) > m_e(b$*.**

2. Отношение «меньше» для однородных величин транзитивно: если A < B, B < C, то A < C.

Например, если площадь первого треугольника меньше площади второго треугольника, а площадь второго треугольника меньше площади третьего треугольника, то площадь первого треугольника меньше площади третьего треугольника.

3. Однородные величины можно складывать, при этом получается величина того же рода. Например, A – масса арбуза, B – масса дыни, то C = A + B – это масса арбуза и дыни. Очевидно, A + B = B + A и (A + B) + C = A + (B + C), где C – масса лимона.

a + b = c $\Leftrightarrow$ ***$m_e(a+ b) = m_e(a) + m_e(b)$***

Однородные величины можно вычитать, при этом получается величина того же рода.

a - b = c $\Leftrightarrow$ ***$m_e(a+ b) = m_e(a) - m_e(b)$***

4.

Например, если A =5 см, B = 3 см, 5 см – 3см = (5 - 3) см = 2 см

5. Величину можно умножать на положительное действительное число, в результате получают величину того же рода.

Например, 5 см * 2 = (5 *2) см = 10 см

Если величины a и b таковы, что b = x· a , где x – положительной действительное число, и величина a измерена при помощи единицы величины e, то, чтобы найти численное значение величины b при единице длины e, достаточно число x умножить на число me(a) :

$b = x \cdot a \Leftrightarrow m_e(b) = x \cdot m_e(a)$

6. Однородные величины можно делить, в результате получается величина другого рода, а при решении примеров – отвлеченное число. Например, 6 см : 2 см = 6 :2 = 3.

ЛИТЕРАТУРА: учебник Л.П. Стойлова «Математика» стр.302 § 16 п. 76,77